خانم سیدهاشمی ۲

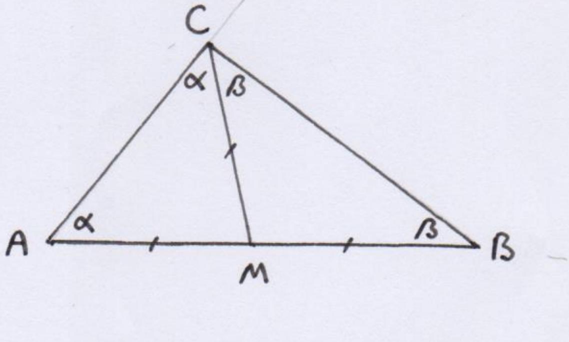
در این بخش، بعضی خواص زوایای محاطی در دایره‌های اقلیدسی را بررسی می‌کنیم و فرض می‌کنیم اصل توازی اقلیدس برقرار باشد. دو قضیه اول نشان می‌دهد که یک زاویه در مثلث، قائمه است اگر و تنها اگر ضلع روبه‌روی زاویه، قطر دایره محیطی باشد.

قضیه 8.3.1. فرض کنیم $\triangle ABC$ یک مثلث و M وسط $\overline{AB}$ باشد. اگر $AM = MC$، آنگاه $\angle ACB$ قائمه است.

نتیجه 8.3.2. اگر رئوس مثلث $\triangle ABC$ روی دایره‌ای باشد و $\overline{AB}$ قطر دایره باشد، آنگاه $\angle ACB$ زاویه قائمه است.

این نتیجه معمولاً به این صورت بیان می‌شود: زاویه محاط شده در نیم دایره، قائمه است. (گزاره III . 31 اقلیدس)

اثبات قضیه 8.3.1. فرض کنیم $\alpha = \mu(\angle BAC)$ و $\beta = \mu(\angle ABC)$. بنابر قضیه مثلث متساوی الساقین داریم $\alpha = \mu(\angle ACM)$ و $\beta = \mu(\angle MCB)$. چون M بین A و B قرار دارد، در نتیجه $\mu(\angle ACB) = \mu(\angle ACM) + \mu(\angle MCB)$. چون مجموع زوایای داخلی $\triangle ABC$، 180 است، بنابراین $2\alpha + 2\beta = 180$. پس $\alpha + \beta = 90$ و $\mu(\angle ACB) = 90$ و اثبات کامل است. □



عکس قضیه 8.3.1 خود یک قضیه است.