به نام خدا

تمرین‌های فصل سوم (بخش دوم)

۱- ثابت کنید اشتراک دو مجموعهٔ محدب، محدب است. توسط یک مثال نشان دهید اجتماع دو مجموعهٔ محدب، همیشه محدب نیست. آیا مجموعهٔ تهی محدب است؟

۲- اگر A و B دو نقطهٔ متمایز باشند، ثابت کنید $\{A\}$، $\overline{AB}$، $\overrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{AB}$ محدب‌اند.

۳- هرگاه ΔABC یک مثلث و l خطی باشد که از هیچ‌یک از سه رأس A، B و C مثلث نمی‌گذرد. ثابت کنید l نمی‌تواند هر سه ضلع مثلث ΔABC را قطع کند. آیا خطی وجود دارد که سه ضلع یک مثلث را قطع کند؟

۴- وجود دو نقطه‌ای نظیر یک زاویه را ثابت کنید.

۵- فرض کنیم A و B دو نقطهٔ متمایز و H یکی از نیم صفحه‌های مربوط به خط $l=\overleftrightarrow{AB}$ باشد. هرگاه $\mathcal{A}=\{\langle BAE \mid E \in H\}$، تابع $f: \mathcal{A} \to (0, 180)$ را توسط $f(\langle BAE)=\mu(\langle BAE)$ تعریف می‌کنیم.

الف) نشان دهید که f یک تناظر یک به یک است.

ب) ثابت کنید $\overrightarrow{AF}$ بین $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AE}$ است اگر و فقط اگر $f(\langle BAF)$ بین صفر و $f(\langle BAE)$ باشد.

۶- اگر $l \perp m$ نشان دهید l و m شامل چهار نیم خط هستند که چهار زاویهٔ قائمهٔ متفاوت می‌سازند.

۷- وجود و یگانگی عمود یک خط از یک نقطه روی خط را ثابت کنید.

۸- وجود و یگانگی عمود منصف یک پاره خط را ثابت کنید.

۹- نشان دهید مکمل‌های زوایای قائم، قائم‌اند.

۱۰- اگر A، B، C، D و E نقاطی باشند که $A*B*C$، D و E در دو طرف $\overleftrightarrow{AB}$ و $\angle DBC \cong \angle ABE$، آنگاه نشان دهید B، D و E همخط هستند.