خانم شیخ سجادی

فصل ۱۰

در این فصل هندسه را از نقطه نظر جدیدی بررسی می‌کنیم و به جای نگاه کردن در اشیاء هندسی به طور مستقیم، ما آنها را به صورت غیرمستقیم مطالعه می‌کنیم که در این زمینه تغییرات نامیده می‌شود که ساختارهای هندسی را حفظ می‌کنند. این یک دیدگاه کاملاً مدرن است که مفهوم عملکرد اساسی است. فصل با توضیح کوتاهی از دیدگاه تبدیلات آغاز می‌شود پس از آن خواص مهم تبدیلات خاصی از دور مورد بررسی قرار می‌گیرد و نمونه‌های پایه ساخته می‌شود. یک نتیجه شگفت‌آور و زیبا از این مطالعه یک قضیه است که به طور کامل همه حرکات نسبت و شکلی از صفحه را توصیف می‌کند. ما این دسته‌بندی را برای هندسه اقلیدسی و سپس برای هندسی هذلولوی به کار می‌بریم. بعد پایه‌های هندسه صفحه برای اصلاح دیدگاه تبدیلات اصلاح می‌شوند. در نهایت یک طبقه از تغییرات صفحه، اقلیدسی به نام برگردان‌ها در جلسه مطالعه شده است.

دیدگاه تبدیلات

دیدگاه تبدیلی این دیدگاه است که جوهر هر هندسه‌ای با تبدیلاتی که ساختارهای هندسه را حفظ می‌کنند، گرفته می‌شود. این نوع تفکر از قرن نوزدهم با فلیکس کلاین (۱۸۴۹ - ۱۸۲۵) آغاز شد. بینش اساسی کلاین این است که هندسه را می‌توان به عنوان مطالعه خواص فضا که توسط گروه‌های خاصی از تغییرات حفظ می‌شود درک می‌شود. بنابراین هندسه اقلیدسی با یک گروه از تغییرات همراه است، در حالی که هندسه هیپربولیکی با گروه دیگری از تبدیلات همراه است. درک ساختار جبری گروه تبدیلات، ساختار هندسی یک فضا را نشان می‌دهد. این روش ادغام هندسه‌های مختلف به عنوان برنامه (Erlanger) شناخته می‌شود. در حالی که دیدگاه تبدیلات کاملاً متفاوت از دیدگاه اقلیدسی است یک حس محدود وجود دارد که در آن تفکر تبدیلاتی به جا و دلیل است به اقلیدس.

رویکرد تبدیل کمک می‌کند تا معنی همنهشتی روشن شود ما تعاریف متفاوتی از همنهشتی داده‌ایم به خصوص ما تعاریف متفاوتی

از همنهشتی برای بخش ها، زاویه ها و مثلث ها ارایه دادیم. در حالی که هر تعریف جداگانه واضح و مصرف است، لازم نیست که تعریف جدیدی از همنهشتی را هر بار که به یک شیء هندسی جدیدی روبرو می‌شویم ارایه می‌دهیم.

تعریف ۱-۱-۱۰

یک تبدیل یک تابع $T : P \to P$ است که هم به صورت یک به یک و هم به صورت پوشا است. تبدیل یک ایزومتری است اگر فاصله‌ای را حفظ کند. به عبارت دیگر ایزومتری یک تبدیل $T : P \to P$ است به طوری که برای هر جفت نقاط A و B : $T(A)T(B)=AB$

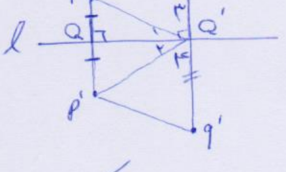
نشانه گذاری: ما پیوسته از P' برای نشان دادن $T(P)$ تصویر P استفاده خواهیم کرد. می‌توان نشان داد که هر تابع که فاصله‌ای را حفظ می‌کند به طور خودکار یک به یک است.

مثال تبدیل همانی : ۲-۱-۱۰

تابع همانی یک ایزومتری است. همانی $L : P \to P$ برای هر نقطه P به وسیله $L(P) = P$ تعریف می‌شود. واضح است که تبدیل همانی یک ایزومتری است ولی این یک نمونه مهم است از صفحه و نباید نادیده گرفته شود.

تقارن در خط l : ۳-۱-۱۰

فرض کنید خط l را داریم و تعریف می‌کنیم $f_l : P \to P$ و برای $\forall P$ ، $P = P'$ ، اثبات کنید ایزومتری است!



از نقطه P بر خط l عمود می‌کنیم و به اندازه خودش ادامه می‌دهیم و P' می‌نامیم

به همین طور برای q انجام می‌دهیم و پای عمودهای قائم را Q , Q' می‌نامیم. حال از نقطه P به Q' وصل می‌کنیم و از نقطه P' به Q' وصل می‌کنیم و مثلث های به وجود آمده را در نظر می‌گیریم و باید ثابت کنیم $\overline{P'q'} = \overline{Pq}$

$\overset{\triangle}{PQQ'}$

$\overset{\triangle}{P'QQ'}$

$$\begin{cases} \overline{PQ} = \overline{P'Q} \\ m(\angle Q) = ۹۰ \\ \overline{QQ'} \ \text{ضلع مشترک} \end{cases} \xRightarrow{\text{ضزض}} \overline{PQ'} = \overline{P'Q'}, \quad \angle Q'_{۱} = \angle Q'_{۲}$$

$$\Rightarrow \angle Q'_{۳} = \angle Q'_{۴}$$

$\overset{\triangle}{PQ'q}$

$\overset{\triangle}{P'Q'q'}$

$$\begin{cases} \overline{PQ'} = \overline{P'Q'} \\ \overline{qQ'} = \overline{q'Q'} \\ \angle Q'_{۳} = \angle Q'_{۴} \end{cases} \xRightarrow{\text{ضزض}} \overline{Pq} = \overline{P'q'}$$