مریم رحیمی
۹۵۲۷۲۴۳

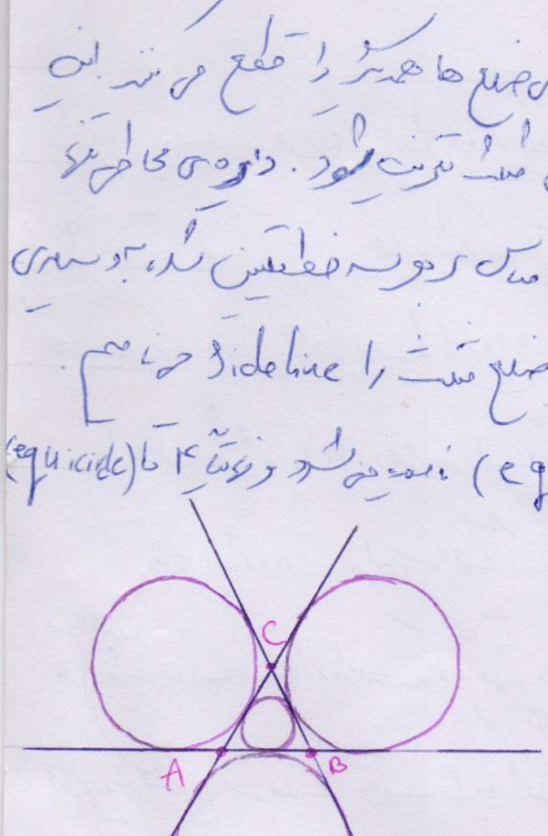
ترجمه‌ی صفحه ۶-۸:

در این بخش تعدادی دایره‌ی دیگر کشف می‌کنیم که در پیشرفت هندسه‌ی اقلیدسی با اهمیت هستند. شبیه دایره‌هایی که تا به حال خوانده‌ایم وابسته به مثلث‌ها هستند. این بخش شامل هیچ اثباتی نیست اما اثبات چندین قضیه طرح می‌شود در این تمرین‌ها هستند. این بخش فرصتی برای کشف پیشرفت هندسه‌ی اقلیدسی با استفاده از نرم‌افزار حرکتی است. این بر نتایج بخش ۶.۵ ساخته شده است و یک پیش‌نیاز ضروری است، علاوه بر opration که در ابتدای بخش ۶.۵ فهرست شده است، شما هم چنین باید بدانید چطور برای ساختن دایره‌ها از نرم‌افزار استفاده شد.

اگر شما این کار را انجام دهید پیش شما باید از نرم‌افزاری برای رسم (ساختن) دایره‌های محیطی و محاطی که به هر مثلث ΔABC وابسته است استفاده کنید. شما باید آزمایش کنید که چه اتفاقی برای این دایره‌ها می‌افتد زمانی که رئوس مثلث جابه‌جا می‌شوند.

مرکز دایره‌ی محیطی را در نقطه‌ای قرار دهید که دو تا عمود منصف‌های ضلع‌ها همدیگر را قطع می‌کنند این دایره خودش باید با استفاده از مرکز (نقطه‌ی مرکزی) و یکی از رأس‌های مثلث ترسیم شود. دایره‌ی محاطی دایره‌ای است که مماس بر هر سه ضلع مثلث است اما تنها دایره‌ای نیست که مماس بر دو سه خط مشخص شده توسط سه ضلع‌هاست. ؟ به منظور ساده کردن اصطلاحات خط مشخص شده توسط یک ضلع مثلث را sideline می‌نامیم.

هر دایره‌ای که به سه ضلع مثلث مماس شود هم دایره (equicircle) نامیده می‌شود و دقیقا ۴ تا (equicircle) هم دایره داریم.



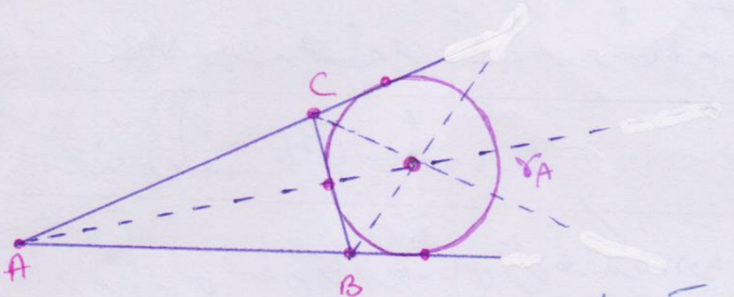
یکی از آن‌ها دایره‌ی داخلی، داخل مثلث قرار می‌گیرد و ۳ تای دیگر دایره خارجی (excircles) ها که هر کدام

دایره‌های محاطی خارجی (escribed circles) نامیده می‌شود و درون مثلث هستند. سعی کنید excircles دایره‌های خارجی را با پرگار رسم کنید. برای هر ضلع مثلث یک دایره‌ی دایره خارجی (excircles) وجود دارد. ۲.۷.

ما اسم دایره‌ی مقابل رأس A را γ_A نامگذاری می‌کنیم.

در این حالت γ_A با $\overline{BC}$ مماس است و هم چنین با نیم خط‌های $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ هم مماس است؛ بنابراین فاصله‌ی مرکز γ_A از ضلع $\overline{BC}$ و نیم خط‌های $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ یکسان است.

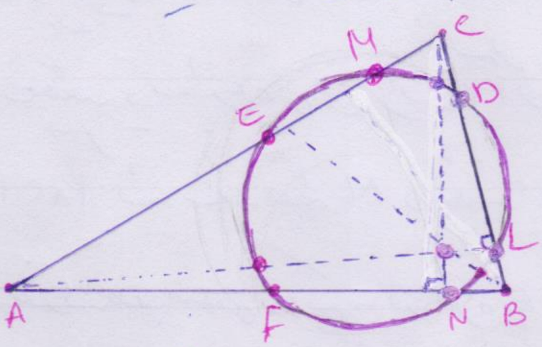
این نقطه‌ی ۴.۳.۶ مرکز γ_A باید روی نیمساز زاویه‌ی داخلی A و دو تا زاویه‌ی خارجی B و C قرار گرفته باشد. بررسی کنید که این ۳ نیمساز (داخلی A و خارجی C, B) همرسند و برای دو تا دایره‌ی معیدی هم؟ همچنین نیز نشان می‌دهیم. ([illegible]).



شاید معروف‌ترین از انواع دایره‌های مرتبط با مثلث است، دایره‌ی نه نقطه‌ای باشد. همان طور که از نامش پیداست؛ یک دایره‌ی منحصر به فرد است که از نه نقطه‌ی مهم (مهم برای مثلث) می‌گذرد. این نقاط وسط اضلاع، نقطه‌های پای ارتفاع‌های مثلث با وسط پاره خط‌هایی که از رئوس مثلث تا محل همرسی ارتفاع‌ها می‌کشند.

این اطلاعات برای ساختن یک دایره‌ی نه نقطه کافی است. در حقیقت شما می‌توانید از ابزاری که در فصل ۱۰ام با آن آشنا شدید استفاده کنید. در ابتدا با مثلث ABC شروع کنید مثلث میانی ABC را رسم کنید و بعد دایره‌ی محیطی بر مثلث میانی را پیدا کنید. با این روند ادامه دهید و بعد شش نقطه‌ی باقی‌مانده را که روی دایره رسم شده، مشخص کنید.

قضیه‌ی دایره نه نقطه: در هر مثلث دلخواه وسط اضلاع مثلث، محل برخورد ارتفاع های مثلث با ضلع روبروی آن و وسط پاره خط هایی که از هر رأس مثلث تا محل همرسی ارتفاع ها، همه روی یک دایره قرار می گیرند.

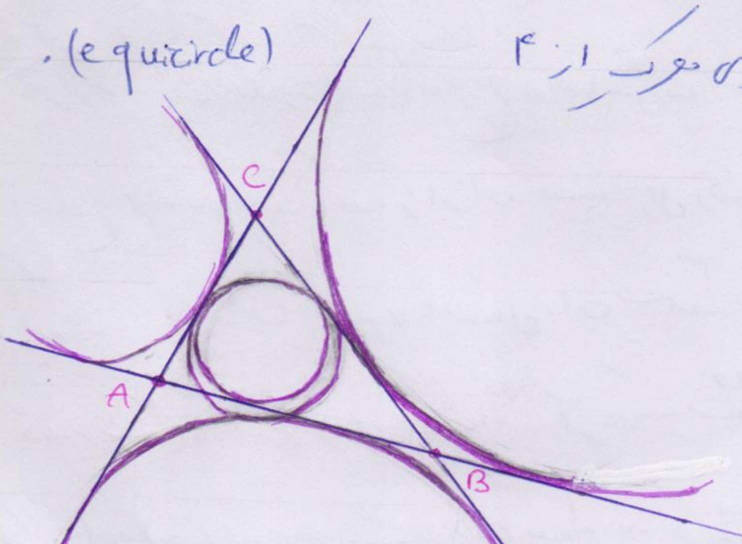


قضیه‌ی دایره نه نقطه‌ای

در سال ۱۷۶۵ لئونارد اویلر اثبات کرد که ۶ نقطه هستند (وسط اضلاع و محل برخورد ارتفاع های مثلث با اضلاع) همه از یک دایره می گذرند. تا سال ۱۸۲۰ که قرار گیری سه نقطه باقی مانده (وسط پاره خط های از رأس مثلث تا محل همرسی ارتفاع ها) توسط چارلز برایانشن و ژان-ویکتور پونسله اثبات شد.

حال دایره‌ی مشهوری برای نه نقطه را با یک تیر و فقط نقطه‌ها اثر دارند. حالا ۴ (equicircle) که در بخش بعد رسم کرده اند این نقاط اضافه شد. این ترتیب در سال ۱۸۲۲ حقیقتی بسیار جذاب در رابطه با دایره نه نقطه توسط ریاضیدان آلمانی فویرباخ کشف شد.

قضیه فویرباخ: دایره‌ی نه نقطه مماس است بر دایره‌ی محاطی از ۴ (equicircle).

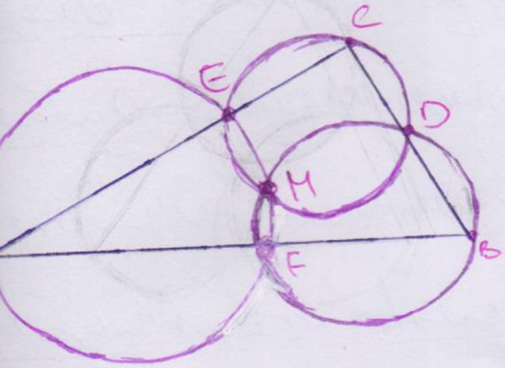


قضیه‌ی فویرباخ

حال: قضیه میکل در رابطه با مثلث‌ها و دایره‌ها می پردازیم. این تئوری به اندازه‌ی تئوری فویرباخ شناخته شده نیست اما به همان میزان شگفت آور است. با مثلث ABC شروع کنید. نقاط دلخواه D، E و F را به ترتیب بر روی اضلاع BC و AC و AB انتخاب کنید. حال دایره‌ها محیطی مثلث‌های ΔAEF و ΔBDF و ΔCDE را رسم کنید. این دوایر، دوایر میکل درون مثلث ABC نامیده می‌شوند. ما می توانیم مشاهده کنیم که دوایر میکل همه از یک نقطه مشترک می گذرند.

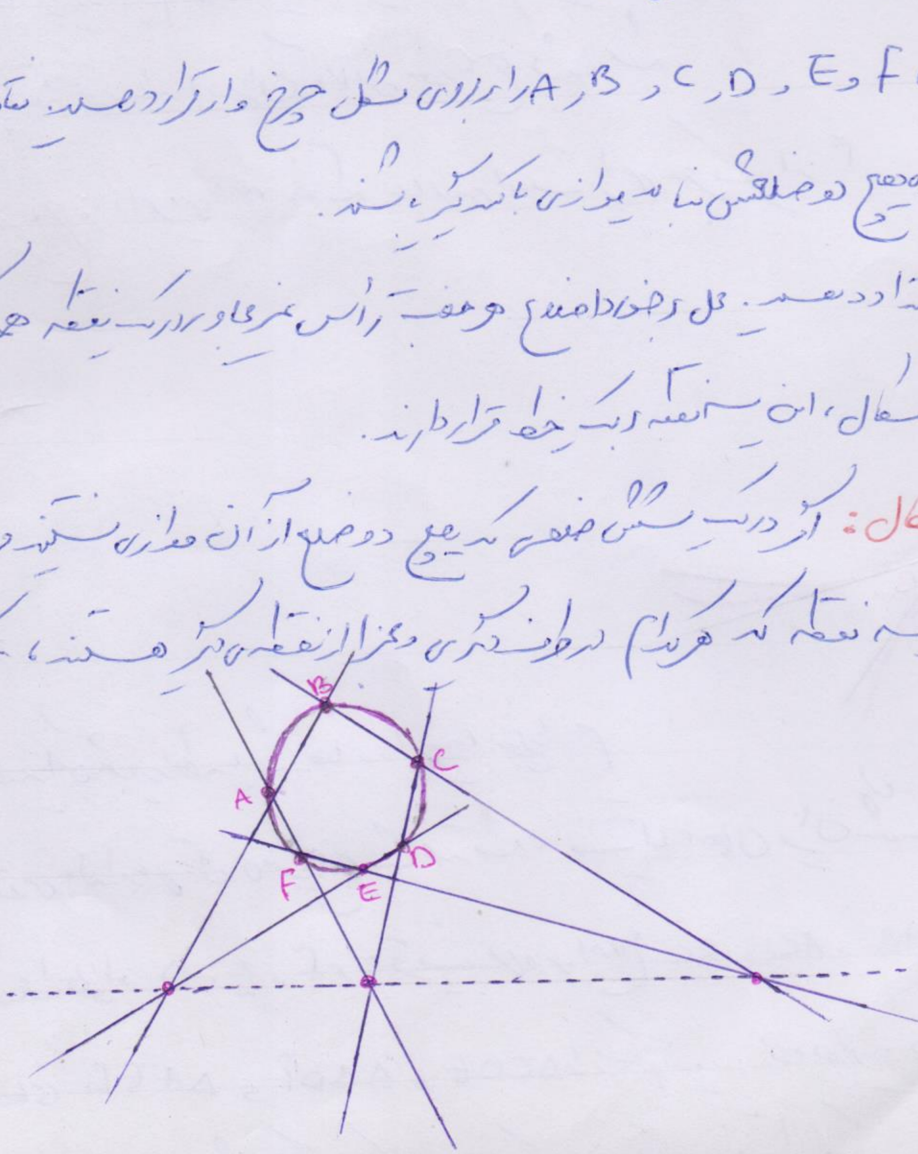
قضیه‌ی مایکل: برای هر مثلث دلخواه، اگر نقاط دلخواه D و F و E را روی اضلاع BC و AC و AB انتخاب کنیم، آن وقت دوایر محیطی مثلث‌های AEF و BDF و CDE، هر سه از یک نقطه به نام M می‌گذرند.

این قضیه توسط ریاضی‌دان فرانسوی آگوستوس مایکل در سال ۱۸۴۲ کشف شد. نقطه M در مثلث به نام نقطه‌ی مایکل مثلث خوانده می‌شود. چند ضلعی‌هایی که در دایره‌های اقلیدسی محاط شده‌اند ویژگی‌های بسیار جالبی دارند. یکی از جذاب‌ترین ویژگی‌ها توسط پاسکال کشف شد.



پاسکال قضیه‌ی جالبی را زمانی که تنها ۱۶ سال داشت کشف کرد و نام جذابی را روی آن گذاشت. این قضیه هم‌چنین به نام قضیه‌ی شش ضلعی عرفانی پاسکال خوانده می‌شود.

تصور کنید شش نقطه‌ی F و E، D، C، B، A را روی شکل مخروطی قرار دهیم. نقاط باید طوری قرار گیرند که ۶ ضلع بدست آمده هیچ دو ضلع مقابلشان موازی با یکدیگر نباشند.

اضلاع ۶ ضلعی بدست آمده را امتداد دهید. حال هر جفت اضلاع روبروی هم یکدیگر را در سه نقطه قطع می‌کنند؛ بنابراین قضیه‌ی پاسکال، این سه نقطه روی یک خط قرار دارند.

قضیه شش ضلعی عرفانی پاسکال: اگر در یک شش ضلعی که هیچ دو ضلع آن موازی نیستند و محاط در یک دایره‌اند در این صورت هر سه نقطه که هر کدام در طرف دیگری متمایز از نقطه‌ی دیگر هستند، روی یک خط واقع‌اند.