

خانم ادری نیا

دایره وصله:

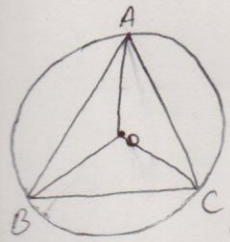
در سمت قبل، ثابت کردیم که همه ی نقاط بیضه راست درون بی دایره قرار نمی گیرند
 اما پرسش که در این قسمت مطرح است، آن است که اگر سه نقطه داشته باشیم، که غیر هم خط باشند، آیا درون بی دایره قرار
 می گیرند؟

همه ی ما می دانیم که سه نقطه ی غیر هم خط سه بی وصله می دهند، پس در واقع سوال اصلی ما این است که آیا رئوس
 بی وصله روی بی دایره قرار می گیرند یا نه؟

تعریف دایره محیطی: دایره ای که رئوس بی وصله روی آن قرار می گیرند را بی دایره محیطی و وصله مذکور را بی وصله محیطی دایره درون
 دایره می نامند.

قضیه: بی وصله ای می توان به وسیله بی دایره محیطی آن که از رئوس آن هم رأس باشد

(1): اگر بی وصله درون بی دایره محیطی باشد، بنابراین داریم:



$$OA = OB = OC = r$$

چون فاصله ی (O) از دو سر پایه خط BC به بی اندازه است. پس بنابراین نقطه (O) روی عمود منصف

ضلع BC قرار دارد، برای عمود منصف های اضلاع AC، AB نیز به همین ترتیب ثابت می شود. (O) روی
 آنها قرار دارد، پس در واقع عمود منصف های پایه خط های AB، AC، و BC در نقطه (O) هم رأس اند.

(2): فرض کنیم L، عمود منصف پایه خط AB، m عمود منصف پایه خط AC، و n عمود منصف پایه خط BC باشد. در این
 صورت L، m، n هم رأس هستند، پس چون (O) روی عمود منصف ها قرار دارد باید فاصله اش تا دو سر اضلاع به بی
 اندازه باشد و $OB = OC = OA$ و اگر $r = OA$ در نتیجه می توان دایره ای به شعاع r و مرکز O رسم کرد.

قضیه: اصل ترازوی اقلیدس معادل آن است که هر وصله را می توان محیط کرد.

که ما فرض داشتن اصل ترازوی اقلیدس و اینکه اگر $\triangle ABC$ بی وصله باشد، فرض کنیم $m = \vec{AB}$ ، $n = \vec{AC}$ ،
 و $k = \vec{BC}$ عمود منصف AC باشد، می دانیم برای اینکه بتوان هر وصله را محیط کرد باید عمود منصف ها، هم رأس
 شوند. پس باید $k \cap l \neq \emptyset$ ، با بهمان خلف: فرض کنیم $k \cap l = \emptyset$ و $k \parallel l$ پس طبق قضیه ای
 که هم از زی اصل ترازوی اقلیدس است.

$m \parallel n$ یا $m = n$ که در ضلع این وصله نمی توانند موازی باشند، پس فرض خلف باطل است.

بنابراین $k \cap l \neq \emptyset$ در نتیجه عمود منصف های اضلاع AB و AC هم رأس شدند. پس عمود منصف ضلع BC نیز

با این هم رأس می شود، پس $r = OA = OB = OC$ وصله ای می توان به بی دایره محیط کرد.

